SZAKDOLGOZAT

Az elnyúlt pályájú kettősrendszerek fizikája

Akkréciós tórusz-fekete lyuk kölcsönhatás elnyúlt pályájú fekete lyuk kettősökben

TAJKOV ZOLTÁN

Fizika BSc., fizikus szakirány

III. évfolyam

Témavezetõ:

DR. RAFFAI PÉTER

tanársegéd, ELTE Atomfizikai Tanszék

Eötvös Loránd Tudományegyetem

Atomfizikai Tanszék

2014

Kivonat

Az általános relativitáselmélet egy következményeként két egymás közelében elhaladó fekete lyuk gravitációs hullámokat bocsát ki és ezzel energiát veszít. Ennek folyományaként előfordulhat, hogy a két fekete lyuk kötött rendszerré válik és keringésbe kezdenek a közös tömegközéppontjuk körül. Ez a befogódási mechanizmus a legjellemzőbb, amelyekkel az elnyúlt ellipszispályájú feketelyuk-kettősök létrejöhetnek. Célunk annak hatásainak vizsgálata volt, ha a befogódási folyamatban résztvevő két fekete lyuk egyike körül egy stabil, stacionárius anyagtórusz kering. Ehhez mindenekelőtt egy olyan számítógépes programot alkottunk meg, amellyel szimulálhatjuk a két fekete lyuk mozgását, az anyagtórusz geometriáját és sűrűségeloszlását, valamint a befogódó fekete lyuk és az anyagtórusz kölcsönhatását. A programban az Abramowicz et al. 1978 [1] cikkben ismertetett anyagtórusz-modell segítségével alkottuk meg a Kerr-féle fekete lyuk körül kialakult tórusz helyfüggő sűrűségét. A befogódás során a kölcsönható fekete lyukak akár már az első alkalommal a pericentrum környékén a Schwarzschild-sugarak néhányszorosára is megközelíthetik egymás. A befogódó fekete lyuk és a tórusz kölcsönhatása következtében elektromágneses sugárzás kibocsátását feltételeztük, amely következtében a rendszer további energiát veszít. Az elektromágneses jel modellezésének bonyolultsága miatt egyelőre csupán felső korlátot szabtunk az elektromágneses sugárzás energiájára különféle szimulált pályák esetén. A felső korlát segítségével a jövőben becslést kívánunk adni, hogy az elektromágneses sugárzás következtében hogyan módosul az elnyúlt pályájú feketelyuk-kettősök keletkezési gyakorisága.

Tartalomjegyzék

1. Bevezetés **1**

1.1. Elnyúlt ellipszispályájú kettősök 2

1.2. Tórusz modell 4

1.3. Sugárzási tag 6

2. Modellek **8**

2.1. Tórusz a fekete lyuk körül 9

2.2. Pályaszimulációk 11

2.3. A lehetséges sugárzási mechanizmus érvényességének vizsgálata 15

3. A szimulációk eredménye és tervek a jövőre nézve **19**

3.1. Eredmények 19

3.2. Tervek a jövőre nézve 20

Nyilatkozat **24**

1. Bevezetés

Albert Einstein általános relativitáselméletének jóslata szerint a gyorsuló tömegek - bizonyos feltételek mellett - gravitációs hullámokat bocsátanak ki. A hullámok forrásai lehetnek az elnyúlt ellipszispályájú kompakt kettősök. Ezek olyan neutroncsillagok, fekete lyukak, melyek közös tömegközéppont körül keringenek és közben gravitációs hullámok formájában energiát sugároznak ki [2].

Az elmúlt évtizedekben komoly erőfeszítés történt annak érdekében hogy gravitációs hullámokat detektálhassunk [2]. Közvetett észlelés már történt 1974-ben, amikor Taylor és Hulse egy pulzárból és egy neutroncsillagból álló kettősnél figyelte meg a keringés periódusának változását, amely egyezést mutatott az elméleti jóslattal, amely a gravitációs hullámok kibocsátásával járó energiaveszteséggel magyarázta a jelenséget [17]. A LIGO-Virgo kollaboráció (angolul LIGO-Virgo Collaboration, vagy LVC) célja, hogy közvetlen módon figyelhessük meg a gravitációs hullámokat. Az együttműködés keretében jelenleg három obszervatóriumban állítottak fel néhány kilométer karhosszúságú interferométereket, kettőt az Egyesült Államokban (LIGO Hanford, Washington állam; LIGO Livingston, Louisiana állam) és egyet Olaszországban (Virgo, Cascina) [2]. A műszeren áthaladó gravitációs hullámok relatív hosszváltozást idéznek elő az interferométer karjaiban és ez a hatás kimutatható a vákuumban haladó lézernyalábok interferenciamintázatában [2].

A detektálás nehézségét az okozza, hogy az interferenciamintázat elváltozását előidéző hatások között nem csak a gravitációs hullámok szerepelnek. Minden más jelenség, amely a mintázat megváltozását okozza a gravitációs hullámok detektálása szempontjából zajnak minősül [2].

Az egyik módja a detektálás elősegítésének, ha kísérő elektromágneses sugárzásokat figyelünk meg. Ha a mért gravitációshullám-adatok között felismerjük egy tipikus forrás mintázatát, akkor előfordulhat, hogy az adott forrás rendelkezik egy partner sugárzással, melynek ismerjük a karakterisztikáját. Ha a vélt gravitációshullám-észleléssel egy időben mérünk ilyen kísérő sugárzást akkor nagyobb a valószínűsége, hogy gravitációs hullámokat detektáltunk [2].

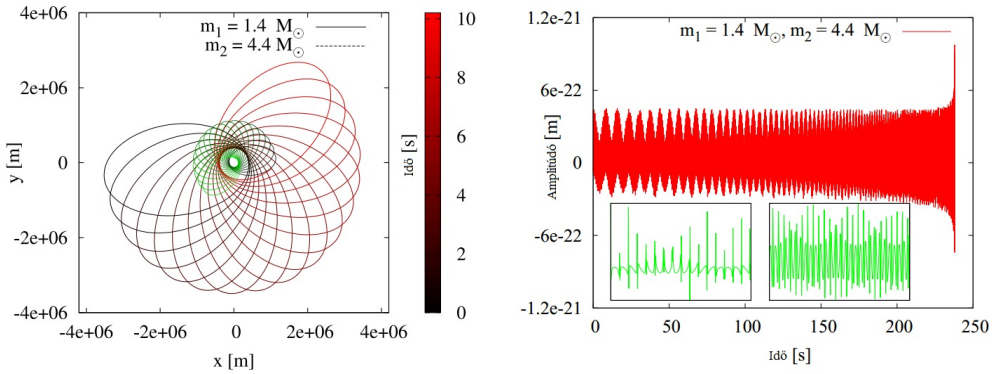
Munkám elsődleges célja volt egy eszköz kifejlesztése, mely kettősrendszerek mozgását szimulálja, illetve egy lehetséges kísérő sugárzás vizsgálata, amely sugárzás okozta energiaveszteség a kettősök kialakulásának gyakoriságát befolyásolja. Modellemben a kísérő sugárzás forrása egy fekete lyuk mozgása egy másik fekete lyuk körül kialakult tóruszban. A számolás során elsőként Abramowicz et al. 1978 [1] alapján megalkottunk egy számítógépes programot, mely képes volt egy ilyen tórusz sűrűségprofilját leszimulálni. A fekete lyukak mozgását Tejeda, et al. 2013 [3] alapján számítottuk. Modellemben a sugárzási tag a Bondi-Hoyle-Lyttleton akkrécióból származik[4].

A dolgozatomban elsőként részletesen végigveszem a bevezetőmben említett problémák eddig irodalomban tárgyalt eseteit (1. fejezet), majd az általam vizsgált/fejlesztett modellek bemutatása következik (2. fejezet), végül az eredmények és jövőbeli tervek tárgyalásával zárom a munkámat.

1.1. Elnyúlt ellipszispályájú kettősök

Amikor két, sztelláris fekete lyuk egymáshoz közel halad el, a rendszer gravitációs hullámok formájában energiát veszít. Ennek következtében a kettős kötötté is válhat és létrejöhetnek az úgynevezett elnyúlt ellipszispályájú feketelyukkettősök, ha a kisugárzott energia oly mértékű, hogy a tagok már nem tudnak egymástól végtelen messze eltávolodni, hanem a közös tömegközéppontjuk körüli keringésbe kezdenek. Az ellipszispálya elnyúltságát az excentricitás jellemzi. Azt, hogy mikortól tartunk egy kettőst elnyúlt pályájúnak az némileg önkényes. A hagyományos LIGO keresési módszerek $e > 0,1$ esetén működőképesek, ezért már ennél nagyobb excentricitás esetén nevezhetünk egy kettőst elnyúltnak. [2]

Az elmúlt évek munkái nyomán a kutatók becslést adtak ilyen rendszerek létrejöttének gyakoriságára galaxismagokban [5], illetve gömbhalmazokban [10]. Az optimista becslések szerint az Advanced LIGO által leggyakrabban észlelhető gravitációshullám-források közé tartoznak majd ezek a rendszerek. A földi interferométerek a tervezett érzékenység mellett évente 0,1-100 darab olyan kettőst fedezhetnek fel, melyek galaxismagokban alakulnak ki és hozzávetőleg



1. ábra. Példa egy bespirálozó kettős pályafejlődésére (bal oldali ábra) és a kibocsátott gravitációshullám-jelére (jobb oldali ábra) $m_1 = 1,4$ és $m_2 = 4,4$ naptömegű, nem forgó fekete lyukakra. A kezdő excentricitás $e = 0,8$ volt. A zöld és piros vonalak jelzik az idő múlását. Az ábra forrása: Csizmadia et al. 2012 [16].

0,1 darab olyan rendszert, mely gömbhalmazokban jön létre [10],[5].

Az elnyúlt pályájú kettősök a pericentrum környékén (a tagok legkisebb távolságakor) a legerősebb gravitációshullám-kibocsátók. Az elnyúlt pályájú kettősök ezért gravitációshullám-impulzusok sorozatát fogják kibocsátani a tagok újabb és újabb pericentrum áthaladásakor. Éppen ezért az elmúlt 5 évben a számos kutatócsoport figyelme is erre a problémára irányult. Kidolgoztak olyan számítógépes szimulációkat ([6], [7], [8]), amelyek az ilyen kettősök pályáit és gravitációshullám-jelét modellezik. Az impulzussorozat keresése a gravitációshullám-detektorok adatsorában azonban komoly kihívásokkal járó, máig megoldatlan feladat, ami a már meglévő kereső algoritmusok fejlesztését, illetve újak kidolgozását teszi szükségessé.

A cél nem csupán az, hogy megtaláljuk a detektált adathalmazban a kettősök jelét, hanem a már felfedezett jelekből a források paramétereit kiolvassuk, felhasználjuk. Ugyanis a források paramétereit erősen meghatározzák azok a környezeti tulajdonságok, amelyekben a kettősök létrejönnek [9]. Az elnyúlt pályájú fekete lyuk-kettősök jeleinek gyakori észlelésével lehetőség nyílik a források becsült paraméterértékeiből statisztikai mintát készíteni, és ezáltal a forrásparaméterek fizikai eloszlásait feltérképezni.

Például a kettősrendszerek paraméterei között szerepel az úgynevezett "chirp tömeg", amely a gravitációshullám-jel amplitúdó- és frekvenciaevolúcióját is befolyásolja [14]. Ha feltételezzük, hogy a spirálozó kettős két különböző, m_1, m_2 tömegű tagból áll, akkor a chirp tömeg definíciója:

$$\mathcal{M} = \frac{(m_1 \cdot m_2)^{3/5}}{(m_1 + m_2)^{1/5}} \tag{1}$$

Ez azonban azt is jelenti, hogy jelészlelés esetén és a forrás többi fizikai paraméteréhez képest könnyen rekonstruálható. A chirp tömegek eloszlását egy galaxismagban a sztelláris fekete lyukak tömeg- és helyfüggő sűrűségeloszlása határozza meg. Ezt pedig a máig nehezen megértett galaxismag fejlődés alakítja ki. Ez a példa jól mutatja, hogy az elnyúlt pályájú feketelyuk-kettősök csupán a gravitációshullám-jelük észlelésén keresztül információt nyújtanak a galaxisfejlődési modellek eddig ismeretlen paramétereire. Velük közvetetten a galaxisfejlődési modellek is vizsgálhatóak.

A kettőst alkotó fekete lyukak kialakulásához vezető aszimmetrikus szupernóva-robbanások is hatnak a chirptömeg-eloszlásra. A robbanások aszimmetriájának függvényében a kialakuló fekete lyukak egy "kezdőlökést" (angolul “supernova kick” vagy “natal kick”) kapnak, ami akár a keletkező fekete lyukak kiszakadását is okozhatja a galaxismagokból. Ez a hatás megváltoztatja a fekete lyukak térbeli- és tömegeloszlását. Az előbb leírtakhoz hasonlóan, az elnyúlt ellipszis pályájú fekete lyuk kettősök gravitációshullám-jeleiből rekonstruált chirptömeg-eloszlásból következtetni tudunk a fekete lyukak galaxismagon belüli eloszlására. Ezáltal várhatóan az azt befolyásoló kezdőlökések nagyságára, ami pedig a szupernóva-robbanások aszimmetriájával függ össze.

1.2. Tórusz modell

Rezzolla, et al 2010 [13] cikkben a szerzők egy teljesen relativisztikus szimulációval követték végig két egymás körül keringő, nem azonos tömegű neutroncsillag fejlődését. A kettős a kisugárzott energiaveszteség miatt egyre közelebb spiráloz egymáshoz. A folyamat végén annyira erősek lesznek az árapály erők,

hogy a két csillag gyakorlatilag széttépi egymást és összeolvadnak. Az összeolvadás után a kettős anyagának egy része a szingularitásba hull és fekete lyukká válik a fent maradó anyag azonban a létrejövő központi test körül fog maradni.

A bevezetőben említett kísérő sugárzás vizsgálata egy fekete lyuk által keltett hatás, amely úgy jön létre, hogy a test egy másik fekete lyuk körül kialakult akkréciós gázfelhőben mozog. Az általam vizsgált felhő egy úgynevezett von Zeipel tórusz.

Abramowicz és társai ([1]) 1978-ban bemutattak egy analitikus tárgyalását Kerr-féle fekete lyukak körül mozgó gázfelhőnek. Feltételeztek egy stacionárius, axiálszimmetriával rendelkező folyékony korongot, tisztán azimutális áramlással. Öt differenciálegyenlet (négy az Einstein-egyenletekből és egy a relativisztikus Euler-egyenletből [15]) adódik, melyek a korong hidrodinamikai viselkedését leírják. Ha feltételezzük, hogy a korong gravitációs tere önmagára nem hat (elhanyagolható) és a háttér gravitációs mező ismert, akkor csupán egy ismeretlen függvény marad.Ezt a mennyiséget a szerzők W-vel jelölték. Ez fogja meghatározni a tórusz mozgását, alakját.

A szerzők $c = 1 = G$ egységrendszerben dolgoztak, ahol G a gravitációs állandó, c a hangsebesség, a tórusz matematikai leírásához én is maradok ennél a konvenciónál.

Politropikus állapotegyenletet feltételezve a tóruszt alkotó gázra:

$$p = K\varrho^{1+\frac{1}{N}} \tag{2}$$

ahol p a nyomás, ϱ a sűrűség, K illetve N szabad paraméterek.

Ha a tórusz stacionárius egyensúlyi helyzetben van, akkor a relativisztikus Euler-egyenlet a következő alakban írható:

$$K(1+N)\varrho^{\frac{1}{N}} + W = W_S \tag{3}$$

ahol W_S a gázfelhő felszínén lévő potenciál értéke. W megegyezik W_S-sel a tórusz peremén kijelölő felületen és newtoni határértékben a teljes potenciállal, amely a gravitációs és a centrifugális hatás következtében létrejön. Az említett egységrendszer használatával az értékük c^2 egységekben mérhető.

A két egyenletet felhasználva megkapjuk a sűrűséget megadó formulát:

$$\varrho(r,\theta) = \left(\frac{W_S - W}{K(1+N)}\right)^N \tag{4}$$

Ez az egyenlőség igaz minden pontban, amelyben igaz, hogy $W_S > W$, máskülönben a sűrűség értéke nulla. Mivel W értéke pontról-pontra változik a relativisztikus Euler-egyenletnek megfelelően, ezért a sűrűség is helyfüggő lesz. Mivel axiálszimmetriája van a rendszernek ezért a sűrűség csak a fekete lyuk középpontjától mért távolságtól (r) és az polárszögtől (θ).

1.3. Sugárzási tag

A dolgozatom fontos eleme egy lehetséges kísérő sugárzás vizsgálata. Egy központi fekete lyuk körül - mely a 1.2 fejezetben tárgyalt tórusszal rendelkezik - egy másik fekete lyuk kering. Amikor a keringő fekete lyuk pályája beleér a tóruszba, akkor a vizsgált test reakcióba kerül a gázfelhővel.

Két lehetséges kimenetelt tartottunk érdemesnek a vizsgálatra. Az egyik lehetséges akció, ha a vizsgált fekete lyuk akkretál anyagot a felhőből, melynek hatására a gyorsuló gázmolekulák röntgen sugárzást bocsátanak ki [4]. A másik lehetőség, hogy a fekete lyuk a közegbeli sebességhez képest nagyobb sebességgel érkezik meg a gázba, ezzel egy sokkot okoz és a feltorlódó anyag felmelegedés miatt sugározni fog.

A munkánk során a második eshetőségre nem találtunk az irodalomban olyan, számunkra hasznos leírást, amely ezt a sokkhatást jól leírja, ezért ennek a sugárzási mechanizmusnak a matematikai tárgyalását a jövőben elvégzendő feladatnak hagytuk meg.

Az első lehetőségre azonban már született megoldás. Bondi, Hoyle és Lyttleton ([4]) vizsgálta már azt a problémát, hogy egy gázfelhőben mozgó tömeg milyen rátával akkretál anyagot.

A Bondi-Hoyle-Lyttleton sugárzás feltételezi, hogy a próbatesttől végtelen távolságban a gáz homogén. Ez azonban nem valósul meg a mi esetünkben, hiszen egy olyan gázfelhőt vizsgálunk, amelynek véges határai vannak. A cikkben tárgyalt eset erősen eltér attól, amire nekünk szükségünk lenne, ezért ezzel

csupán egy felső korlátot tudunk mondani arra vonatkozóan, hogy mi az a maximális energia, amit a kettős elektromágneses sugárzás formájában veszíthet egy ilyen találkozáskor.

A cikkben megmutatott tömegfluxus a következő képlettel írható le:

$$\dot{M}_{HL} = \frac{4\pi G^2 M^2 \rho}{\Delta v^3} \tag{5}$$

ahol M a gázban mozgó fekete lyuk tömege, G a gravitációs állandó, ρ a gázfelhő sűrűsége és Δv a test gázfelhőhöz viszonyított sebessége. A [$\dot{*}$] jelölés az idő szerinti első deriváltat jelöli.

A várható kisugárzott luminozitás röntgen tartományban:

$$L = \varepsilon_x \cdot \dot{M}_{HL} \cdot c^2 \tag{6}$$

ahol ε_x a röntgensugárzás sugárzási hatásfoka az akkrécióra. Feltételezve, hogy a bolometrikus luminozitás 10%-a a röntgentartományban van $\varepsilon_x \approx 10\%$ [11]

2. Modellek

A munkám során az elsődleges feladatom egy olyan számítógépes program megírása volt MATLAB nyelven, amely a következő tulajdonságokkal rendelkezik:

- Képes előállítani két test gravitációs kölcsönhatásába kerülésekor a kialakult pályákat. A program nem függ a potenciáltól különböző problémákhoz is használható. Modelljeinkben a kész programot két különböző potenciállal használtuk: a newtoni, illetve az általánosított newtoni potenciállal 2.2.

- Meg tudja határozni, hogy az egyik testhez rögzített, adott sugarú gömbön belül mennyi időt töltött a másik test (ha egyáltalán végzett ott mozgást). Ennek az ismeretnek a birtokában kiszámíthatjuk a kisugárzott energiát.

- A második pontban leírt gömbön belüli mozgás pályáját külön is elő tudja állítani.

- Képes fénygörbéket előállítani, ha megadjuk a programnak a sugárzási tag egyenletét.

A munkám során ezen kívül részt vettem egy olyan számítógépes program fejlesztésében is, amely a 1.2-ban említett tórusz sűrűségprofilját képes előállítani és megadja a sűrűséget adott x, y, z descartesi-koordináták függvényeként.

Ezek után a bevezetőben említett probléma került a figyelmünk központjába. Nevezetesen Kocsis et al. 2009 [5] cikkben kidolgozásra került az kérdés, hogy a galaxismagokban a maghoz képest sebességgel rendelkező sztelláris fekete lyukak egymás közelébe kerülve gravitációs hullámokat bocsátanak ki. A folyamat közben a két test energiát veszít, melynek következménye a "befogódás", a két test egy rendszert alkotva kötötté válik. A cikkben ennek a gyakorisága is megállapításra kerül.

A munkájuk során a szerzők a Gondan et al. [9] cikkükben kidolgoztak egy számítógépes programot, amely meghatározza a rendszer "kezdő feltételeit", nevezetesen az elhúzás kezdősebességét és impaktparaméterét.

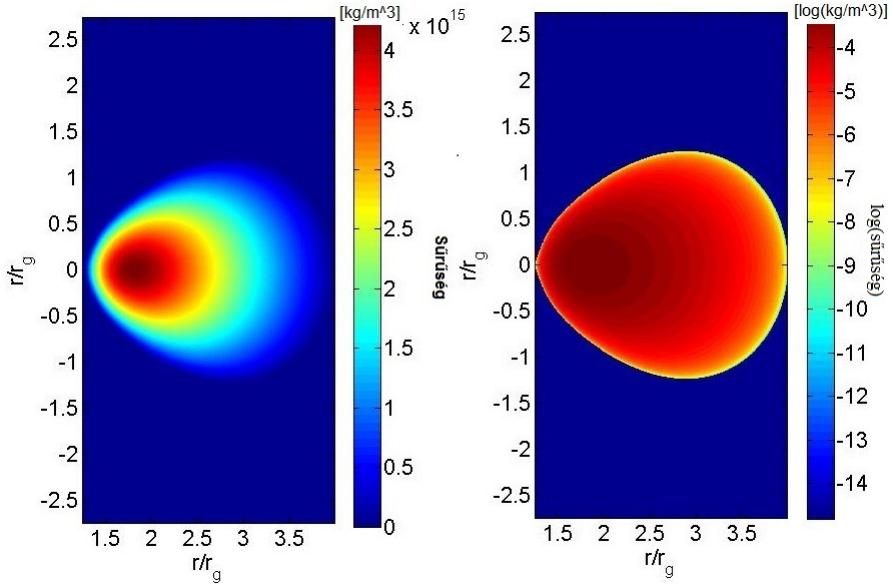
Mi is ebből az eloszlásból vettük az adatokat, azokkal végeztünk számolást. Feltételeztünk egy szituációt, amelyet tipikusnak vettünk: közel naptömegű fekete lyuk áll a koordináta-rendszerünk középpontjába és a 1.2-ben említett tórusz veszi körül. A végtelenből érkezik egy másik naptömegű objektum és a két test kölcsönhat. A számolások során elhanyagoltuk a tórusz tömegét, mivel ez csak töredéke a keringő fekete lyuk tömegének. A szimulációk során nem mentünk tovább az első elhúzásnál, mert feltételeztük, hogy utána már a gázfelhő szétzilálódik. Azokra az esetekre voltunk kíváncsiak, amikor a távolról érkező test a centrumban elhelyezkedő fekete lyuk körüli gázfelhőbe belép.

A számunkra fontos információt a tipikus gázfelhőn belül töltött idő, a pályák alakja illetve a keringő fekete lyuk átlagsebesség jelentette. Ezen információk birtokában és az 1.3-ban említett sugárzási tag segítségével adható egy felső korlát a kettős energiaveszteségére. A disszipáció egyrészt a gravitációshullám-kibocsátás okán, másrészt azért következik be, mert a távolról érkező fekete lyuk reakcióba lép a centrumban elhelyezkedő testet körülvevő gázfelhővel. A már 1.3-ben említett problémás sugárzási tag miatt tudtunk csak becslést adni.

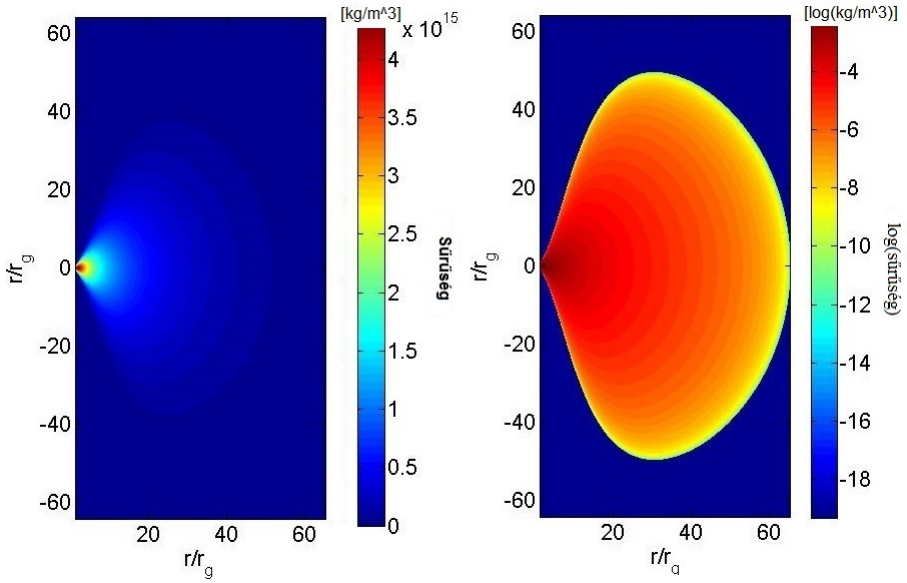
Azonban emiatt a plusz energiaveszteség miatt az elnyúlt ellipszispályájú feketelyuk-kettősök keletkezési gyakorisága is megnövekedhet

2.1. Tórusz a fekete lyuk körül

Ahogyan 1.2-ben már említettem, létezhet egy forgó fekete lyuk körül tórusz alakú gázfelhő. A munkánk során megalkottunk egy olyan számítógépes kódot, amely képes leszimulálni egy ilyen tórusz sűrűségprofilját, azaz egy metszetét a tórusznak, illetve meg tudja adni a sűrűséget adott x, y, z descartes-i koordináták függvényében. Az Abramowicz, et al. 1978 [1] cikkből vettünk egy tipikusnak tekinthető impulzusmomentum-sűrűség értéket, mely a tórusz forgására jellemző és amelynek nagysága a 1.2 fejezetben is használt egységrendszerrel kifejezve $l = 2,17$ egység, illetve egy szintén tipikus forgási paramétert, mely a Kerr-féle fekete lyuk forgását jellemzi $a = 0,99$ Minden számolást ezekkel az értékekkel végeztünk el, csak a potenciál értékét és a fekete lyuk tömegét vál-



2. ábra. Kisebb kiterjedésű, kompaktabb gázfelhő, a potenciál alakja a felszínen c^2 egységekben: $W_S = -0.01875$. A tengelyeket a 2.2 fejezetben bevezetett a központi test gravitációs sugarára normáltuk.



3. ábra. Nagyobb kiterjedésű, de már ritkább gázfelhő, a potenciál értéke a felszínen c^2 egységekben: $W_S = -0.0015$. A tengelyeket a 2.2 fejezetben bevezetett a központi test gravitációs sugarára normáltuk.

toztattuk.

A tórusz alakja és a helyfüggő sűrűségértéke a potenciál értékétől erősen függ. Az 3. ábrán látható egy viszonylag nagyobb kiterjedésű, de már ritkább gázfelhő. A 2. ábrán azonban ezzel szemben egy kompaktabb alakzat figyelhető meg, tipikusan a potenciál alacsonyabb szintje miatt.

Az ábrák mellett minden esetben feltüntettük ugyanazt a metszetet, azonban a sűrűséget már logaritmikus skálán ábrázolva. Ezzel sokkal szemléletesebben lehet követni a gázfelhő alakját.

A már említett Rezzolla, et al. 2009 [13] cikkben a szerzők által teljesen relativisztikus szimulációk végeredményeképpen megkapott sűrűség nagyságrendje egybe esik az általunk írt, analitikus számolást felhasználó kód eredményeivel.

2.2. Pályaszimulációk

A munkám egyik szerves részeként kidolgoztam egy számítógépes programot, amely két, egymás körül keringő tömegpont mozgását szimulálja le. A vizsgált kölcsönhatásban részt vevő tagok tömegei, távolságaik és sebességeik aránya megkövetelte, hogy ne newtoni potenciált használjak. Az általam kifejlesztett kód egy olyan potenciált használ, amelyet Emilio Tejeda és társai fejlesztettek ki 2013-ban [3].

Az általánosított newtoni potenciál egy geodetikus mozgást végző próbatest mozgásából lett származtatva Schwarzschild téridőben.

Szokásos gömbi polárkoordinátákban ((r,θ,φ), ahol r a középpontól mért távolság, θ a polárszög és φ az azimutszög) felírva az általuk megalkotott, általánosított newtoni potenciál a következő:

$$\Phi_G(r,\dot{r},\dot{\varphi}) = -\frac{GM}{r} - \left(\frac{2r_g}{r-r_g}\right)\left[\left(\frac{r-r_g}{r-2r_g}\right)\dot{r}^2 + \frac{r^2\dot{\varphi}^2}{2}\right] \tag{7}$$

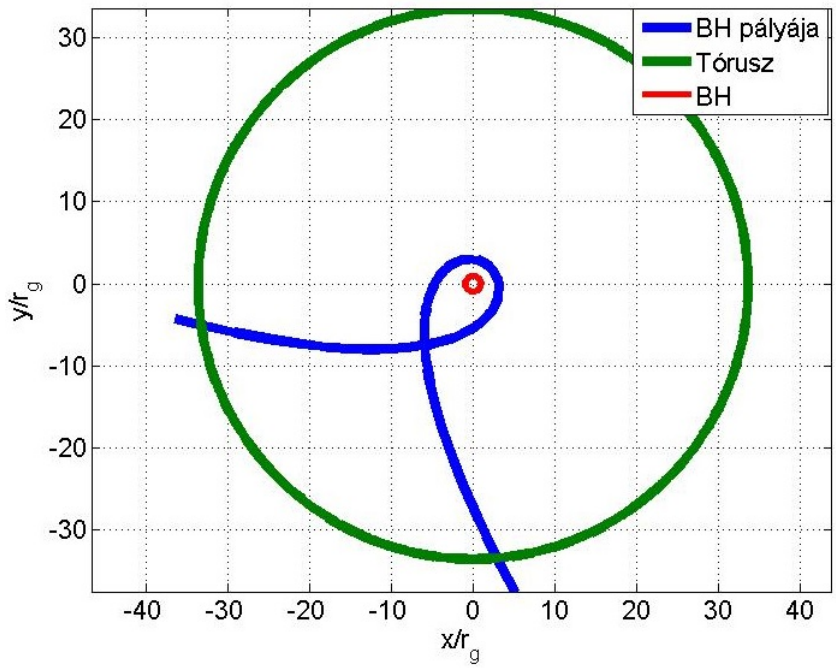
ahol $r_g = GM/c^2$ az úgynevezett gravitációs sugár, $\dot{r}$ a radiális sebességet, $\dot{\varphi}$ és $\dot{\theta}$ a szögsebességeket jelölik.

A (7)-ből kapható mozgásegyenletek a szokásos gömbi polárkoordináta-rendszerben:

$$\ddot{r} = -\frac{GM}{r^2}\left(1-\frac{2r_g}{r}\right)^2 + \frac{2r_g\dot{r}^2}{r(r-2r_g)} + (r-3r_g)\left(\dot{\theta}^2+\sin^2\theta\dot{\varphi}^2\right), \tag{8}$$

$$\ddot{\theta} = -\frac{2\dot{r}\dot{\theta}}{r}\left(\frac{r-3r_g}{r-2r_g}\right) + \sin\theta\cos\theta\dot{\varphi}^2, \tag{9}$$

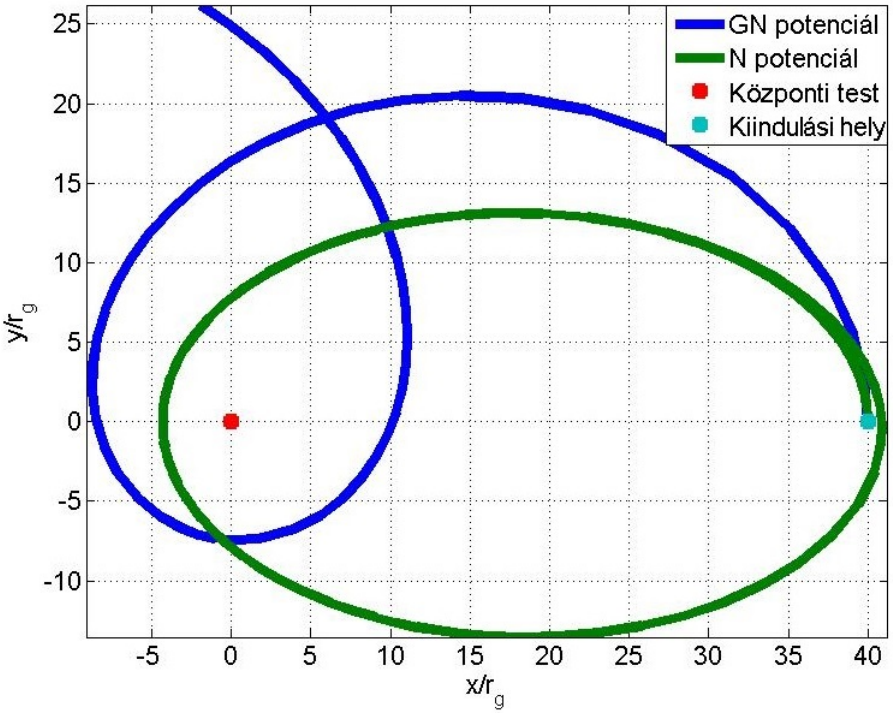
$$\ddot{\varphi} = -\frac{2\dot{r}\dot{\varphi}}{r}\left(\frac{r-3r_g}{r-2r_g}\right) - 2\cot\theta\dot{\varphi}\dot{\theta} \tag{10}$$



4. ábra. Tóruszban mozgó fekete lyuk az általánosított newtoni potenciál használatával. A keringő test pályája a tórusz síkjában mozog. A nagyobb sugarú kör jelenti a centrumban elhelyezkedő fekete lyuk körül kialakult gázfelhő maximális méretét. Ezen körön túl már a modell értelmében elhanyagolható sűrűségű a tórusz. A kisebb sugarú kör pedig maga az origóban ülő test. A tengelyeket a 2.2 fejezetben bevezetett a központi test gravitációs sugarára normáltuk.

Ez számos relativisztikus jelenséget jól közelít és mindezt pontosabban, mint a megelőző pszeudó-newtoni közelítések. Visszaadja a pontos helyét a részben kötött, részben stabil és foton körpályáknak, a pontos sugárfüggését a kötési energiának és az impulzusmomentumát ezeknek a pályáknak. Megadja az orbitális és az epiciklikus szögfrekvenciákat 6%-os pontossággal és még számos más hasznos területen alkalmas a bonyolult Einstein-egyenletek kiváltására.

Megjegyzem, hogy ezeknek az egyenleteknek a szerzők felírták a formáját a descartes-i koordináták segítségével is, mely a hivatkozott Tejeda, E. et al. 2013 [3] cikk függelékében megtalálható.



5. ábra. A newtoni és az általánosított newtoni potenciál összevetése azonos kezdőfeltételek mellett. Két naptömegű objektum keringése egymás körül. A tengelyeket a 2.2 fejezetben bevezetett a központi test gravitációs sugarára normáltuk. Jól látható az eltérés a kétféle jóslat között. Az általánosított newtoni potenciál szerint a keringő test "hurkot köt" a központi objektumra, míg a newtoni potenciálban mozgó tag ellipszispályán kering

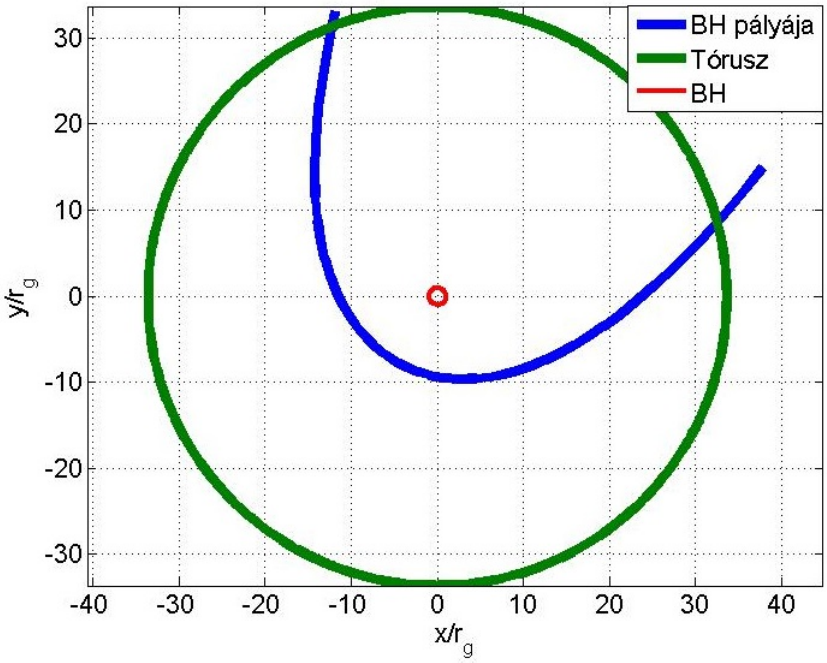
Az elkészült program segítségével megvizsgáltuk, hogy két, egymással csak gravitációsan kölcsönható tömegpont hogyan viselkedik egymás közelében, ha newtoni potenciált használunk és hogyan, ha az általánosított newtonit. A vizsgált elrendezés legyen például két naptömegű objektum egymás körüli keringése, itt már jól érzékelhető a különbség a klasszikus, illetve az általános relativitáselmélet jóslata között. A 5. ábrán látható két, egymástól erősen eltérő pálya. A GN jelzéssel ellátott pálya az általánosított newtoni potenciál jóslata. [3] szerint ez áll legközelebb az általános relativitáselmélet jóslatához. A másik jelzés a newtoni potenciálban való mozgás, ehhez hasonló pályán mozog például a Föld a Nap körül.

Számunkra azonban nem elsősorban ez volt az érdekes kérdés. A fő kérdés az volt, amelyre a választ kerestük, hogy a végtelenből érkező próbatest egy ilyen általánosított newtoni potenciálban mozogva, a centrumhoz húzott adott sugarú gömbön belül mennyi időt tölt, átlagosan mekkora sebességre tesz szert, illetve ez alatt milyen pályát jár be. A gömb sugara az origóban lévő fekete lyuk körül kialakult tórusz legnagyobb sugár irányú mérete volt. Ezeknek az információknak a segítségével tudunk becslést adni a kisugárzott elektromágneses energia maximumára.

A szimulációk során tehát vettük a kezdősebességeket, illetve az impaktparamétereket és kiszámoltuk a tóruszon belül töltött időt, a pálya alakját, illetve a sebességeket. Néhány ilyen tóruszon belüli pálya látható a 4 illetve a 6 ábrákon. Mivel a sugárzási tag vizsgálatánál csak egy felső becslést kívánunk adni a szimulált pályák is olyan kezdőfeltétellel lettek kiválasztva, hogy keringő fekete lyuk végig a tórusz síkjában mozog.

Itt is jól megfigyelhető ugyanaz a jelenség, amikor a centrumot megkerülve hagyja el a gázfelhőt a keringő test. Természetesen ez a számolás nélkülözi a gravitációs hullámokból és egyéb tagokból adódó energiaveszteséget. A valóság ettől nyilvánvalóan eltér.

Ezeket a számolásokat nem végeztük más potenciállal, erre ugyanis nem volt semmilyen ésszerű okunk. Jól láthatóan előjönnek azok az effektusok, amelyekkel a klasszikus elméletek már nem tudnak mit kezdeni.

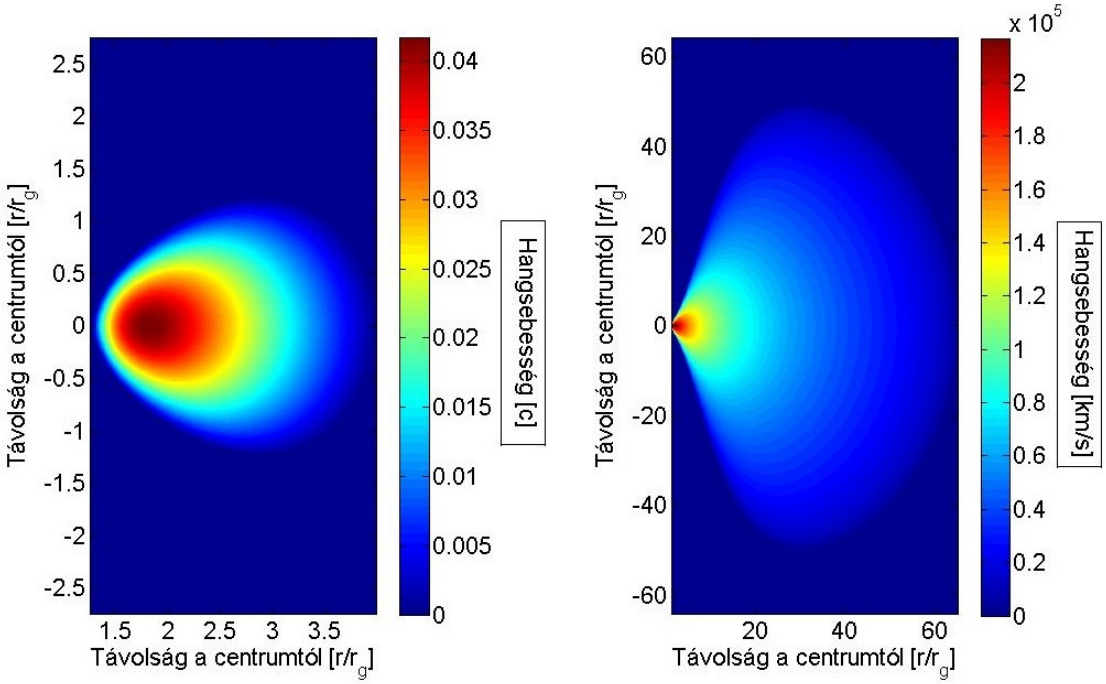


6. ábra. Tóruszban mozgó fekete lyuk az általánosított newtoni potenciál használatával. A keringő test pályája a tórusz síkjában mozog. A nagyobb sugarú kör jelenti a centrumban elhelyezkedő fekete lyuk körül kialakult gázfelhő maximális méretét. Ezen körön túl már a modell értelmében elhanyagolható sűrűségű a tórusz. A kisebb sugarú kör pedig maga az origóban ülő test. A tengelyeket a 2.2 fejezetben bevezetett a központi test gravitációs sugarára normáltuk.

A szimulációk eredményeit és azok kiértékelését a 3.1 fejezetben végezzük el.

2.3. A lehetséges sugárzási mechanizmus érvényességének vizsgálata

A 1.3. fejezetben említett sugárzási tag érvényessége arra korlátozódik, ha a gázfelhőben mozgó test szuperszonikus, azaz a gázhoz viszonyított sebessége meghaladja a gáz hangsebességét. A 1.2 fejezetben leírt matematikai modell alkalmas arra, hogy meghatározzuk az anyag hangsebességét.



7. ábra. Két különböző potenciál értékénél a gázfelhő keresztmetszeti hangsebesség profilja. A bal oldali ábrán látható egy kompaktabb gáz, $W = -0,0015$ értékkel, a jobb oldalin pedig egy nagyobb kiterjedésű $W = -0,01875$ értékkel.

A hangsebesség definíció szerint [12]:

$$c_0^2 = \left(\frac{\partial p}{\partial \varrho}\right)_s \tag{11}$$

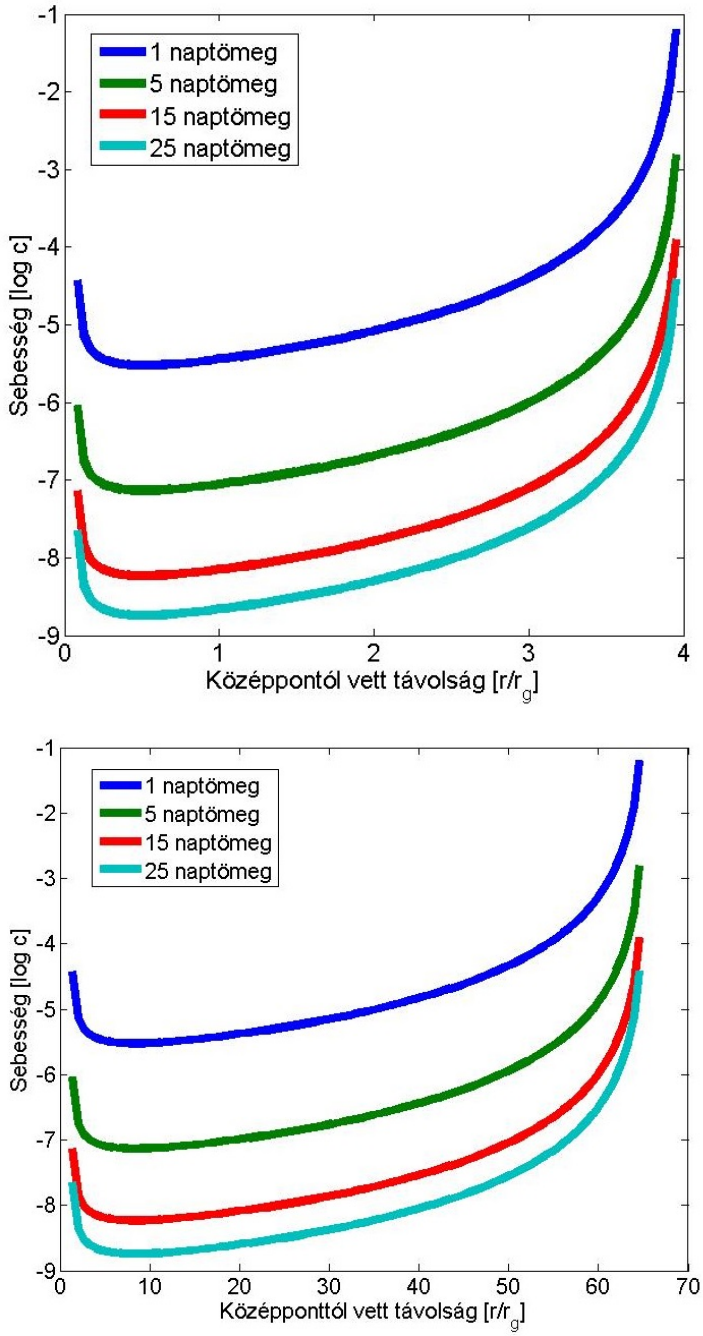
azaz a nyomás sűrűség szerinti deriváltja konstans entrópiasűrűség mellett.

Ha vesszük a 2. egyenletet és kiszámítjuk a hangsebességet, akkor:

$$c_0 = \sqrt{K\left(1 + \frac{1}{N}\right)\varrho^{\frac{1}{2N}}} \tag{12}$$

Ennek az összefüggésnek a felhasználásával megvizsgáltuk a különböző tóruszokon belül érvényes hangsebesség értékeket. A tórusz sűrűségprofiljához hasonló keresztmetszet látható a 7. ábrán.

Annak megállapítására, hogy a fekete lyuk túllépi-e a hangsebességet figyelembe vettük azt a tényt is, hogy a központi test körül a gázfelhő forog. Ez azt



8. ábra. 4 különböző tömeg esetén a tórusz forgási sebessége a középponttól kifelé haladva. A felső ábrán a potenciál értéke a felszínen c^2 egységekben $W_S = -0.01875$, az alsó ábrán $W_S = -0.0015$. Jól látható, hogy a tömeg értéke nem befolyásolja a sebességprofil alakját, csupán a nagyságát. Látható, hogy differenciális forgásról van szó.

jelenti, hogy a gázfelhő sebessége pontról-pontra változik. Ennek vizsgálatához felvettünk egy sebesség-távolság diagramot. A központi testtől sugár irányban kifelé haladva kiszámítottuk a gázfelhő aktuális pontjának keringési sebességét.

A 1.2 fejezetben tárgyaltakhoz hasonlóin itt az $l = 2,71$ impulzusmomentum-sűrűségű tórusszal és $a = 0,99$ forgási paraméterű fekete lyukakkal foglalkoztunk, potenciál értékét és a fekete lyuk tömegét változtattuk. Kiszámítottuk a keringési sebesség távolság összefüggést. Két tipikus eset képe látható a 8 ábrán. Látható módon differenciális forgásról van szól, a különböző távolságban lévő területek nem azonos idő alatt kerülik meg a központi testet. A fekete lyuk tömege nem befolyásolja a sebesség profilját, csupán a nagyságát: a kisebb fekete lyuk esetén lesz a forgási sebesség nagyobb.

Ennek segítségével élhetünk becslésekkel. Ha azt feltételezzük, hogy a fekete lyuk megkerüli a központi testet úgy, hogy közben végig a gázfelhőben mozog, annak forgási sebességével ellentétesen, akkor túllépi-e a gáz adott pontjában érvényes hangsebességet? Ha igen, akkor a 1.3 fejezetben említett sugárzási taggal adhatunk egy felső korlátos becslést a kisugárzott elektromágneses energia nagyságára.

A becsléseket és a kiértékelést a 3.1 fejezetben végezzük el.

3. A szimulációk eredménye és tervek a jövőre nézve

3.1. Eredmények

A szimulációk tehát a [9] cikk szerzői által kidolgozott számítógépes kóddal legenerált kezdőfeltételek segítségével történtek. Az említett program előállított nagy mennyiségű lehetséges összetartozó kezdősebesség, impaktparaméter párokat, ezekből választottunk véletlenszerűen 100-100 darabot. Ezen kezdőfeltételek segítségével a megírt programunkat lefuttattuk 1-5-15-25 naptömegű centrumobjektumot feltételezve. A pályák geometriája minden esetben a 5 ábrájához hasonló: a fekete lyuk pályájának dőlésszöge nulla volt a tórusz síkjához képest. Ezzel a feltételezéssel azért élhetünk, mert felsőkorlát becslést kívánunk adni és ezzel az elrendezéssel tölthet a legtöbb időt a fekete lyuk a tóruszon belül. A szimulációk végeredménye az 1. táblázatban találhatóak.

A korábban említett pályaszimulációk (4., 6., 5. ábrák) eredménye arra engedett minket következtetni, hogy jogos a következő érvelés a kisugárzott energia megbecslésére. Vettük az adott tömeghez tartozó átlagos sűrűséget és megvizsgáltuk, hogy az adott esetben a fekete lyuk átlépi-e a hangsebességet. Mivel egyébként is csak felső becslést kívánunk adni minden esetben azt feltételeztük, hogy a fekete lyuk ellentétesen mozog a gázfelhővel egy körpályán. A körpálya sugarának azt a pontot választottuk, ahol a fekete lyuk mozgása már szuperszónikus.

A kibocsátott sugárzás nagyságát a 6 egyenlet alapján számítottuk. A szükséges sűrűségnek a tórusz átlagos sűrűségét vettük. Ezt a megbecsült kisugárzott energiát tartalmazza a 1. táblázat utolsó oszlopa.

Jól látható még a táblázatból, hogy rettenetesen rövid ideig tartó mozgásról van szó (átlagosan alig egy tizedmásodperc).

Az utolsó oszlop segítségével azonban újrafuttatható az a számolás, amely - ahogy már említettem - a kettősök kialakulásának gyakorisága megbecsülhető. A gravitációs hullámok által vesztett energia értékéhez még hozzá adhatjuk a sugárzás miatt elvesztett energiát. Ez persze csak becslés, hiszen ez azt feltételezi, hogy minden egyes fekete lyuk körül van egy tórusz.

M_c [naptömeg]	$\overline{v}$ [c]	T_i [s]	E_b [erg]
1	0,0028	0,0044	2e59
5	0,0048	0,0089	3e60
15	0,0168	0,0068	4.8e59
25	0,072	0,012	3e58
Átlag:	0,0242	0,08	9e59

1. táblázat. A szimulációk végeredményét összefoglaló táblázat, ahol M_c a centrum tömege, $\overline{v}$ a tóruszon belüli pályán a keringő test átlagos sebessége, T_i a tóruszon belül töltött idő és E_b a becsült maximális kisugárzott energia.

3.2. Tervek a jövőre nézve

A bevezetőben említett probléma - miszerint a gravitációshullám-észlelés elősegíthető kísérő sugárzás vizsgálatával - egyik megoldása lenne, ha a fent tárgyalt esetben képesek lennénk előállítani egy pontos luminozitás-idő görbét (fénygörbét). A sugárzás mechanizmus fent tárgyalt esete azonban bonyolult. Nem számoltuk végig, hogy hogyan lép be a tóruszba a fekete lyuk, csupán egy adott sűrűségű gázban mozgó fekete lyuk által kibocsátott energiát számítottuk. A pontos fénygörbéhez szükségünk lenne arra az információra, hogy a tóruszba való belépéskor a fekete lyuk szuperszónikus mozgásából adódóan hogyan zilálja szét a tóruszt, okoz-e sokkot. Ha azonban a belépéskor még nem lépi át a hangsebességet, akkor ilyen sebességeknél hogy fog viselkedni az elektromágneses sugárzás? Ezen kérdések eldöntéséhez pontosítani kell a sugárzási mechanizmus analitikáját.

A pontosabb becslések érdekében vizsgálni kell azokat az eseteket is, amikor a fekete lyuk pályája valamilyen véges szöget zár be a tórusz síkjával. Ezen kívül meg kell vizsgálni azt a kérdést is, hogy vajon az univerzumunkban található feketelyuk-kettősök körül milyen gyakorisággal találunk tórusz alakú gázfelhőt.

Ha ezekre a problémákra találunk választ, akkor nem csak egy hiteles fénygörbét tudunk előállítani az anyagtórusszal rendelkező elnyúlt ellipszispályájú kettősökre, hanem keletkezésük gyakoriságát is újraszámolhatjuk.

Köszönetnyilvánítás

Ezúton is szeretném megköszönni Raffai Péternek és az Eötvös Gravity Research Group-nak, hogy velük dolgozhatok és részt vehetek a közös munkákban.

Köszönet illeti Gondán László csoporttársamat a munkám során nyújtott rengeteg segítségéért.

Ezenkívül köszönöm mindenkinek, akik elolvasták a készülő dolgozatot és megjegyzéseikkel segítették annak teljessé tételét.

2014. május 28.

Hivatkozások

[1] - Kozlowski, Jaroszynski, Abramowicz, The Analytic Theory of Fluid Disks Orbiting the Kerr Black Hole 1978, A&A 63, 209-220

[2] - B.S. Sathyaprakash and Bernard F. Schutz, Physics, Astrophysics and Cosmology with Gravitational Waves Living Rev. Relativity, 12, (2009)

[3] - Emilio Tejeda, Stephan Rosswog 2013, "An accurate Newtonian description of particle motion around a Schwarzschild black hole", Mon. Not. R. Astron. Soc, 1-11

[4] - Richard Edgar, "A review of Bondi-Hoyle-Lyttleton Accretion", Elsecier Science, 2008

[5] - O'Leary, R. M., Kocsis, B., Loeb, A., MNRAS 395/4, pp. 2127 (2009)

[6] - Levin, J., McWilliams, S. T., Contreras, H.; CQG 28/17, id. 175001 (2011)

[7] - Csizmadia, P., Debreczeni, G., Racz, I., Vasuth, M.; CQG 29/24, id. 245002, 2012

[8] - East, W. E., McWilliams, S. T., Levin, J., Pretorius, F.; PRD 87/4, id. 043004, (2013)

[9] - Gondan, L., Kocsis, B., Raffai, P., Frei, Z.; "Parameter Distributions and Evolutions of Eccentric Binary Black Holes", előkészület alatt beadásra az MNRAS folyóiratnak

[10] - Kocsis, B., Gaspar, M. E., & Marka, S.,Gravitational waves from scattering of stellar-mass black holes in galactic nuclei, Astrophysical Journal 648, 411 (2006)

[11] - Nayakshin, S., Sunyaev R., "X-rays from cusps of compect remnants near galactic centres", Mon. Not. R. Astron. Soc, 2008

[12] - Nagy Károly (2002): Elméleti Mechanika Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest. 306-308

[13] - Luciano Rezzolla, Luca Baiotti, Bruno Giacomazzo, David Link, Jose A. Font, Quantum Grav. 27 114105 (2010)

[14] - L. Blanchet, T. Damour, B. R. Iyer, C. M. Will, and A. G. Wiseman, Phys. Rev. Lett. 74, 3515 (1995).

[15] - R. Jackiw, V.P. Nair, S.-Y. Pi and A.P. Polychronakos, Perfect fluid theroy and its extensions, J. Phys. A: Math. Gen. 37 (2004), R327-R432R

[16] - P. Csizmadia, G. Debrezceni, I. Rácz, M. Vasúth, Gravitational waves from spinning eccentric binaries, 2012, Class. Quantum Grav. 29 245002.

[17] - Hulse, R. A. & Taylor, J. H., Discovery of a pulsar in a binary system, Astrophysical Journal, vol. 195, Jan. 15, 1975, pt. 2, p. L51-L53.

NYILATKOZAT

Név: Tajkov Zoltán

ELTE Természettudományi Kar, szak: fizika - BSc

NEPTUN azonosító: EZL8G0

Szakdolgozat címe:
Az elnyúlt ellipszispályájú kettősrendszerek fizikája

A **szakdolgozat** szerzőjeként fegyelmi felelősségem tudatában kijelentem, hogy a dolgozatom önálló munkám eredménye, saját szellemi termékem, abban a hivatkozások és idézések standard szabályait következetesen alkalmaztam, mások által írt részeket a megfelelő idézés nélkül nem használtam fel.

Budapest, 2014. május 28.

_____

a hallgató aláírása